

QP.No. : BB 712

FSMB

**B.Sc. B.Ed. DEGREE (4 Year Integrated) EXAMINATION,
MARCH 2025.**

**(For the candidates admitted during the
Academic Year 2017–2018 onwards)**

First Semester

Core Paper II — CLASSICAL ALGEBRA

Time : 3 hours

Maximum Marks : 70

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL the questions.

1. $4\sqrt{3}, 5 + 2\sqrt{-1}$ மூலங்களாக கொண்ட விகிதமுறு குணகங்களை கொண்ட ஒரு சமன்பாட்டை காண்க.
Find the equation with rational coefficients whose roots are $4\sqrt{3}, 5 + 2\sqrt{-1}$.
2. α, β, γ என்பன $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் மூலங்களின் பெருக்குத்தொகையைக் காண்க.
If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ then find the product of the roots.
3. $x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x - 1 = 0$ சமன்பாட்டிலிருந்து பின்னமூலங்களை நீக்குக.
Remove the fractional coefficients from the equation $x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x - 1 = 0$.
4. $2x^6 + 3x^5 - 15x^2 - 2x - 4$ யை $x + 5$ ஆல் வகுக்கும்போது ஈவு மற்றும் மீதியைக் காண்க.
Find the quotient and remainder when $2x^6 + 3x^5 - 15x^2 - 2x - 4$ is divided by $x + 5$.

5. $\frac{1}{2} < \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdots \frac{2n-1}{2n} \right)^{\frac{1}{n}} < 1$ என நிறுவுக.

Prove that $\frac{1}{2} < \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdots \frac{2n-1}{2n} \right)^{\frac{1}{n}} < 1$.

6. காலி சமமின்மையை எழுதுக.

State Cauchy's inequality.

7. ஒரு முக்கோணத்தின் சுற்றளவு கொடுக்கப்பட்டால், முக்கோணம் சமபக்கமாக இருக்கும்போது பரப்பளவு அதிகமாக இருப்பதை நிறுவுக.

If the perimeter of a triangle is given, then show that the area is greater when the triangle is equilateral.

8. $a_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, n$ மற்றும் $a_1, a_2, \dots, a_n = 1$ எனில் $(1 + a_1)(1 + a_2) \cdots (1 + a_n)$ ன் மீப்பெரு மதிப்பு _____

If $a_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, n$ and $a_1, a_2, \dots, a_n = 1$ then the maximum value of $(1 + a_1)(1 + a_2) \cdots (1 + a_n)$ is _____.

9. $\left(x^4 - \frac{1}{x^3} \right)^{15}$ விரிவாக்கத்தின் x^{32} இன் குணகத்தைக் காண்க.

Find the coefficient of x^{32} in the expansion of $\left(x^4 - \frac{1}{x^3} \right)^{15}$.

10. $\frac{e^x + e^{-x}}{2} = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \infty$ என நிறுவுக.

Prove that $\frac{e^x + e^{-x}}{2} = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \infty$.

PART B — (5 × 4 = 20 marks)

Answer ALL the questions.

11. $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ என்பன $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் $\sum \alpha^2$ காண்க.
If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ be the roots of the equation $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ then find $\sum \alpha^2$.
12. $3x^4 + 7x^3 - 15x^2 + x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் 7 யை அதிகரிக்க.
Increase by 7 the roots of the equation $3x^4 + 7x^3 - 15x^2 + x - 2 = 0$.
13. $a_1, a_2, \dots, a_n$ மிகை எண்கள் என்றால் அதன் கூட்டுத்தொகை s எனில் $(1 - a_1)(1 - a_2) \dots (1 - a_n) > 1 - s$ என நிறுவுக.
If $a_1, a_2, \dots, a_n$ are positive numbers whose sum is s then prove that $(1 - a_1)(1 - a_2) \dots (1 - a_n) > 1 - s$.
14. நிபந்தனை $x^3 y^2 = 6$ க்கு உட்பட்டு x மற்றும் y இன் மிகை மதிப்புகளுக்கு $4x + 3y$ இன் குறைந்தபட்ச மதிப்பைக் காண்க.
Find the least value of $4x + 3y$ for positive values of x and y subject to the condition $x^3 y^2 = 6$.
15. $x > 0$ எனில் $\log x = \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2-1}{(x+1)^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3-1}{(x+1)^3} + \dots$ என நிறுவுக.
Show that if $x > 0$, $\log x = \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2-1}{(x+1)^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3-1}{(x+1)^3} + \dots$

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer any FIVE questions.

16. $x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 6x - 21 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் இருமூலங்களின் எண் மதிப்பு சமமாகவும் குறி எதிராகவும் இருந்தால் சமன்பாட்டை தீர்க்க.
Solve the equation $x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 6x - 21 = 0$ given that two of its roots are equal in magnitude and opposite in sign.

17. $6x^6 - 35x^5 - 56x^4 - 56x^2 + 35x - 6 = 0$

என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்க.

Solve the equation

$$6x^6 - 35x^5 - 56x^4 - 56x^2 + 35x - 6 = 0.$$

18. $1!3!5!...(2n-1)! > (n!)^n$ என நிறுவுக.

Show that $1!3!5!...(2n-1)! > (n!)^n$.

19. $a + b + c + \dots$ என்பது மாறிலி மற்றும் $m, n, p, \dots$ மிகைமுழு எண்களாக இருக்கும்போது $a^m b^n c^p \dots$ இன் மிகப்பெரிய மதிப்பைக் கண்டறியவும்.

Find the greatest value of $a^m b^n c^p \dots$ when $a + b + c + \dots$ is constant and $m, n, p, \dots$ being positive integers.

20. $\log \sqrt{12} = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\frac{1}{4^2} + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right)\frac{1}{4^3} + \dots$

என நிறுவுக.

Show that

$$\log \sqrt{12} = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\frac{1}{4^2} + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right)\frac{1}{4^3} + \dots$$

21. $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ இன் மூலங்கள் α, β, γ எனில் $\beta + \gamma - 2\alpha, \gamma + \alpha - 2\beta, \alpha + \beta - 2\gamma$ இவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டை உருவாக்குக.

If α, β, γ are the roots of $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, from the equation whose roots are $\beta + \gamma - 2\alpha, \gamma + \alpha - 2\beta, \alpha + \beta - 2\gamma$.

22. $x^3 - 3x + 1 = 0$ சமன்பாடு 1 மற்றும் 2 க்கு இடையில் ஒரு மூலத்தைக் கொண்டுள்ளது. அதை மூன்று தசம இடங்களுக்கு கணக்கிடுக.

The equation $x^3 - 3x + 1 = 0$ has a root between 1 and 2. Calculate it to three decimal places.

23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n(2n+1)}$ என்ற தொடரின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

Sum the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n(2n+1)}$.