

QP.No. : BB 783

5SCC

**B.Sc.B.Ed. DEGREE (4 Year Integrated) EXAMINATION
MARCH 2025.**

**(For the Candidates admitted during the Academic Year
2017–2018 onwards)**

Fifth Semester

GRAPH THEORY

Time : 3 hours

Maximum Marks : 70

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL the questions.

1. ஒழுங்கான கோட்டுரு வரையறு.
Define regular graph.
2. முழுமையான கோட்டுரு வரையறு.
Define complete graph.
3. மூடிய கோட்டுரு வரையறு.
Define closed graph.
4. பாதை வரையறு.
Define trail.
5. இணைந்த கோட்டுரு வரையறு.
Define connected graph.

6. மரம் வரையறு.

Define tree.

7. கோட்டுருவின் உள் படி வரையறு.

Define indegree in graph.

8. ஆய்லேரியன் கோட்டுரு வரையறு.

Define Eulerian graph.

9. அண்டை அணி வரையறு.

Define adjacent Matrix.

10. கோட்டுருவின் ஆரம் வரையறு.

Define radius of a graph.

PART B — ($5 \times 4 = 20$ marks)

Answer ALL the questions.

11. (அ) G என்ற கோட்டுருவின் ஒற்றைப்படை படி புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை இரட்டை என நிறுவுக.

In any graph G the number of points of odd degree is even.

Or

(ஆ) $G(p, q)$ என்ற கோட்டுருவின் படி k அல்லது $k+1$. G என்ற கோட்டுரு $t > 0$ புள்ளிகள் மற்றும் அவற்றின் படி k கொண்டுள்ளது எனில் $t = p(k+1) - 2q$.

Let G be a (p, q) graph, all of whose points have degree k or $k+1$. If G has $t > 0$ points of degree k , show that $t = p(k+1) - 2q$.

12. (அ) G என்ற கோட்டுரு $p \geq 3$ முனைகள் மற்றும் $\delta \geq \frac{p-1}{2}$ பெற்றிருந்தால் G இணைந்த கோட்டுரு என நிறுவுக.

Prove that a graph G with p points and $\delta \geq \frac{p-1}{2}$ is connected.

Or

- (ஆ) எந்த ஒரு இணைந்த கோட்டுரும்கு குறைந்தபட்சம் இரண்டு புள்ளிகள் முடிவு புள்ளிகளாக இருக்காது. என நிறுவுக.

Every non-trivial connected graphs has at least two points which are not cut points.

13. (அ) கோட்டுருவின் செயல்பாடுகளை குறித்து எழுதுக.

Write the operations on graphs.

Or

- (ஆ) G என்ற கோட்டுரு இணைவற்றது எனில் $\overline{G}$ இணைந்த கோட்டுரு என நிறுவுக.

If G is not connected then $\overline{G}$ is connected.

14. (அ) G என்பது ஹாமில்டோனியன் கோட்டுரு எனில் $V(G)$ -ன் வெற்று அற்ற உட்கணம் S மேலும் $W(G-S) \leq |S|$ என நிறுவுக.

If G is Hamiltonian, then for every non empty proper subset S of $V(G)$, $W(G-S) \leq |S|$.

Or

- (ஆ) G என்பது ஹாமில்டோனியன் கோட்டுரு ஆக இருக்க தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை அந்த கோட்டுருவின் மூடல் ஹாமில்டோனியன் என நிறுவுக.

Prove that a graph is Hamiltonian if and only if its closure Hamiltonian.

15. (அ) ஒரு டோர்னமென்ட் என்பது வலிமையான இருக்க தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை அந்த கோட்டுரு ஒரு ஸ்பெனிங் சுழற்சி என நிறுவுக.

Prove that a tournament is strong if and only if it has a spanning cycle.

Or

- (ஆ) பலவீனமான திசை கோட்டுருவு D என்பது ஆய்லரியானக இருக்க தேவையான மற்றும் போதுமான கட்டுப்பாடு D யின் ஒவ்வொரு புள்ளியும் உள்படி மற்றும் வெளிபடி சமமாக இருக்கும் என நிறுவுக.

Prove that, a weak digraph D is Eulerian if and only if every point of D has equal in degree and out degree.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer any FIVE questions.

16. G என்பது எந்த கோட்டுருவாக இருந்தால் $K \leq \lambda \leq \delta$ என நிறுவுக.

Prove that, for any graph G , then $K \leq \lambda \leq \delta$.

17. p புள்ளிகள் கொண்ட முக்கோணங்கள் அற்ற அனைத்து கோட்டுருகளிலும் அதிகபட்ச விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை $\left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$ என நிரூபி.

Prove that the maximum number of lines among all p point graphs with no triangle is $\left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$.

18. குறைந்தபட்சம் இரு புள்ளிகளை கொண்ட கோட்டுரு G -ல் இரு கூறாக இருக்க போதுமான மற்றும் தேவையான நிபந்தனை அதில் உள்ள எல்லை சுழற்சியின் நீளம் இரட்டைப்படை என நிறுவுக.

Prove that, a graph G with atleast two points is bipartite if and only if all its cycles are of even length.

19. $C(G)$ நன்கு வரையறுக்கப்பட்டது என நிறுவுக.

Show that $C(G)$ is well defined.

20. G என்ற கோட்டுருவில் உள்ள ஒவ்வொரு முனைகளின் படி குறைந்தபட்சம் இரண்டு எனில் G என்பது ஒரு சுழற்சியை கொண்டிருக்கும் என நிறுவுக.

If G is a graph in which the degree of every vertex is atleast two then G contains a cycle.

21. A^n -ல் உள்ள $(i,j)^{th}$ உறுப்பு n நீளமுள்ள $V_i - V_j$ நடைகளின் எண்ணிக்கை ஆகும் என நிறுவுக.

Show that, the $(i,j)^{th}$ entry A^n is the number of walks length n from V_i to V_j .

22. G என்பது ஒரு மரம் எனில் எந்த இரண்டு புள்ளிகளுக்கும் இடையில் தனித்துவமான பாதை அமையும் என நிறுவுக.

Let G be a tree then prove that every two points of G are joined by a unique path.

23. G என்ற கோட்டுருவு $p \geq 3$ முனைகள் மற்றும் $\delta \geq \frac{p}{2}$ பெற்றிருந்தால் G ஹாமில்டோனியன் என நிறுவுக.

If G is a graph with $p \geq 3$ vertices and $\delta \geq \frac{p}{2}$, then prove that G is Hamiltonian.
