

QP.No. : BB 781

5SCA

**B.Sc. B.Ed. DEGREE (4-Year Integrated) EXAMINATION
MARCH 2025.**

**(For the Candidates admitted during the Academic Year
2017–2018 onwards)**

Fifth Semester

NUMBER THEORY

Time : 3 hours

Maximum Marks : 70

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL the questions.

1. பகா எண் வரையறு
Define Prime number.
2. $\phi(13)$ -ன் மதிப்பை காண்க.
Find $\phi(13)$.
3. வில்சன் தேற்றத்தை எழுதுக.
State Wilson's theorem.
4. $72x \equiv 18 \pmod{42}$ -க்கு எத்தனை தீர்வுகள் உண்ட என காண்க.
How many solutions for $72x \equiv 18 \pmod{42}$.
5. ஒருங்கிசைவின் ஏதேனும் இரண்டு பண்புகளை எழுதுக.
Write any two properties for Congruence.
6. ஜாகோபி குறியீடு வரையறு.
Define Jacobi Symbol.

7. மீப்பெரு முழு எண் சார்பு வரையறு.
Define greatest integer function.
8. பிபனாசி வரிசையை எழுதுக.
Write the Fibonacci sequence.
9. $22x + 16y = 7$ என்ற டையோபாண்டின் சமன்பாட்டிற்கு தீர்வு இல்லை என நியாயப்படுத்துக.
Diophantine equation $22x + 16y = 7$ has no solution. Justify.
10. பிதாகோரியன் முக்கோணத்தை வரையறு.
Define a Pythagorean triangle.

PART B — (5 × 4 = 20 marks)

Answer ALL the questions.

11. (அ) n என்பது மிகை முழுஎண் மேலும் $n^3 + 1$ என்பது பகா எண் எனில் $n = 1$ என நிறுவுக.

If n is a positive integer such that $n^3 + 1$ is prime, then prove that $n = 1$.

Or

- (ஆ) 315 மற்றும் 4235 இதற்கான மீப்பெரு பொது வகுத்தியை காண்க. மேலும் $\gcd(315, 4235) = 315S + 4325t$ எனில் S மற்றும் t -ன் மதிப்பை காண்க.

Find the gcd of 315 and 4235 and find the integer S and t such that $\gcd(315, 4235) = 315S + 4325t$.

12. (அ) பெர்மட்டின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Fermat's theorem.

Or

- (ஆ) $1000!$ -ஐ வகுக்கும் படியான 3 மற்றும் 2-ன் உயர் படியினை காண்க.

Find the height power of 3 and 2 dividing $1000!$.

13. (அ) 17 மற்றும் 21-ன் இருபடி எச்சம் காண்க.

Find the Quadratic residue of 17 and 21.

Or

- (ஆ) மட்டு 383-ன் இருபடிதான் எச்சமா அல்லது எச்சமற்றவை 219-ஆக இருக்குமா என்பதை தீர்மானி.

Determine whether 219 is Quadratic residue or non residue mod 383.

14. (அ) a_n என்பது $\{a_n\}$ என்ற வரிசையின் n -வது உறுப்பு, மேலும் $\{a_n\}$ வரிசை $a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2} + 6$, $n \geq 3$ மற்றும் $a_1 = 2$, $a_2 = 8$ என்ற மீள்வரு தொடர்பை நிறைவு செய்கிறது எனில் $a_n = 4^n - 3^n + 1$, $n \geq 1$ என நிறுவுக.

Let the n^{th} term a_n of the sequence $\{a_n\}$ satisfy the recurrence relation $a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2} + 6$ for $n \geq 3$ with initial conditions $a_1 = 2$, $a_2 = 8$. Prove that $a_n = 4^n - 3^n + 1$ for all $n \geq 1$.

Or

- (ஆ) $f(n)$ என்பது ஒரு பெருக்கல் சார்பு மற்றும் $F(n) = \sum_{d|n} f(d)$ எனில் $F(n)$ என்பது பெருக்கல் சார்வு என நிறுவுக.

Let $f(n)$ be a multiplicative function and let $F(n) = \sum_{d|n} f(d)$. Then prove that $F(n)$ is multiplicative.

15. (அ) $8x - 10y = 42$ என்ற டையோபாண்டின் சமன்பாட்டின் அனைத்து தீர்வுகளையும் காண்க.

Find all the solutions of the Diophantine equation $8x - 10y = 42$.

Or

- (ஆ) x, y, z என்பது தொடக்கநிலை பிதாகோரியன் முக்கோணம் எனில் x அல்லது y ஏதேனும் ஒரு முழுஎண் இரட்டை படையாகவும் அதே நேரம் மற்றவை ஒற்றை படையாக இருக்கும் என நிறுவுக.

If x, y, z is a Primitive Pythagorean tripple, then prove that one of the integers x or y is even while the other is odd.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer any FIVE questions.

16. வகுத்தல் வழிமுறையை எழுதி நிறுவுக.
State and prove division algorithm.
17. எண்கணித அடிப்படை தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.
State and prove Fundamental theorem of Arithmetic.
18. லெக்ராண்ஜி தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.
State and prove Lagrange theorem.
19. P என்பது பகா எண் எனில் $\sum_{a=1}^{p-1} \left(\frac{a}{p} \right) = 0$ மேலும் அவை $\left(\frac{P-1}{2} \right)$ இருபடி எச்சமும், $\left(\frac{P-1}{2} \right)$ இருபடி எச்சற்றவை என நிறுவுக.
If P is an odd prime then $\sum_{a=1}^{p-1} \left(\frac{a}{p} \right) = 0$, Hence there are Precisely $\left(\frac{P-1}{2} \right)$ Quadratic residues and $\left(\frac{P-1}{2} \right)$ Quadratic non residue of P .
20. காஸ் துணைத் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.
State and Prove Gauss Lemma.
21. τ மற்றும் σ ஆகிய இரண்டும் பெருக்கல் சார்பு என நிறுவுக.
Prove that τ and σ are both multiplicative function.
22. $5x + 7y = 100$ என்ற டையோபாண்டின் சமன்பாட்டிற்கான மிகை முழு எண் தீர்வுகளை காண்க.
Find all positive integer solutions of the Diophantine equation $5x + 7y = 100$.
23. $n \geq 1$ ஆக இருப்பின் $\sum_{d|n} \phi(d) = n$ என நிரூபி.
If $n \geq 1$, then prove that $\sum_{d|n} \phi(d) = n$.