

QP.No. : BB 814

6SCD

**B.Sc./B.Ed. (4-Year Integrated), DEGREE EXAMINATION,
JULY 2020**

**(For the candidates admitted during the Academic Year
2017–2018 onwards)**

Sixth Semester

Core Paper XVII – FUZZY MATHEMATICS

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 70

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

1. ஒரு தெளிவற்ற கணத்திற்கு α -வெட்டு மற்றும் உறுதியான α -வெட்டு ஆகியவற்றை வரையறு.

Define α -cut and strong α -cut for a fuzzy set.

2. ஒரு குவிந்த கீழ் அடிச் செங்கோட்டு தெளிவற்ற கணக்கிற்கு உதாரணம் தருக.

Given an example of a subnormal fuzzy set that is convex.

3. நீட்சி தத்துவம் என்றால் என்ன?

What is extension principle?

4. தெளிவற்ற கண உள் அடக்குதலானது போற்றத்தக்க உறுதியான வெட்டு எனக் காட்டுக.

Show that fuzzy set inclusion is strong cut worthy.

5. திட்ட தெளிவற்ற செயல்பாடுகளை பட்டியலிடுக.
List standard fuzzy operations.
6. வரையறு. தெளிவற்ற இடைவெட்டு/ t - நெறிமம்
Define fuzzy intersection/ t -norm.
7. வரையறு. தெளிவற்ற எண்.
Define fuzzy number.
8. $A + X = B$ என்ற சமன்பாடு எப்பொழுது ஒரு தீர்வைக் கொண்டிருக்கும்?
When does the equation $A + X = B$ have a solution?
9. தெளிவற்ற முடிவு என்றால் என்ன?
What is meant by fuzzy decision?
10. பலநபர் முடிவெடுப்பதனின் கூறுகளை தருக.
Give the components of multiperson decision making.

PART B — ($5 \times 4 = 20$ marks)

Answer ALL questions.

11. $\mathbb{R}$ ன் மீதான ஒரு தெளிவற்ற கணம் A வானது குவிந்தது எனில், $A(\lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2) \geq \min[A(x_1), A(x_2)]$.
 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ $\lambda \in [0, 1]$ என நிறுவுக. இங்கு $\min$ என்பது குறைந்தபட்ட செய்கூறினை குறிக்கிறது.

Prove that a fuzzy set A on $\mathbb{R}$ is convex iff

$$A(\lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2) \geq \min[A(x_1), A(x_2)]$$

for all $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ and $\lambda \in [0, 1]$, where $\min$ denotes the minimum operator.

12. $A, B \in \mathcal{F}(X)$ என்க. $\alpha, \beta \in [0, 1]$ ற்கு

(அ) ${}^{\alpha}(A \cap B) = {}^{\alpha}A \cap {}^{\alpha}B$ மற்றும் ${}^{\alpha}(A \cup B) = {}^{\alpha}A \cup {}^{\alpha}B$

(ஆ) ${}^{\alpha}(\overline{A}) = (1-\alpha)^+ \overline{A}$ எனக்காட்டுக.

Let $A, B \in \mathcal{F}(X)$. For $\alpha, \beta \in [0, 1]$, show that

(a) ${}^{\alpha}(A \cap B) = {}^{\alpha}A \cap {}^{\alpha}B$ and ${}^{\alpha}(A \cup B) = {}^{\alpha}A \cup {}^{\alpha}B$

(b) ${}^{\alpha}(\overline{A}) = (1-\alpha)^+ \overline{A}$.

13. தெளிவற்ற நிரப்பிகளின் இரண்டாவது இயல்பாய்வு தேற்றத்தினை எழுதி நிறுவுக.

State and prove second characterization theorem of fuzzy complements.

14. R = அனைத்து தெளிவற்ற எண்களின் கணம் $A, B, C \in R$ ற்கு

$$\text{MIN}[A, \text{MAX}(B, C)] = \text{MAX}[\text{MIN}(A, B), \text{MIN}(A, C)],$$

$$\text{MAX}[A, \text{MIN}(B, C)] = \text{MIN}[\text{MAX}(A, B), \text{MAX}(A, C)]$$

எனக்காட்டுக.

R = set of all fuzzy numbers. For $A, B, C \in R$ show that

$$\text{MIN}[A, \text{MAX}(B, C)] = \text{MAX}[\text{MIN}(A, B), \text{MIN}(A, C)].$$

$$\text{MAX}[A, \text{MIN}(B, C)] = \text{MIN}[\text{MAX}(A, B), \text{MAX}(A, C)].$$

15. “தனிநபர் முடிவெடுத்தல்” மாதிரியை எடுத்துக்காட்டுடன் விளக்குக.

Illustrate “Individual decision making” model with an example.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer any FIVE questions.

16. மெய்யெண்களினால் ஆன $X = [0, 10]$ என்ற இடைவெளியின் மீது $A(x) = \frac{x}{x+2}$, $B(x) = 2^{-x}$, $C(x) = \frac{1}{1+10(x-2)^2}$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ள தெளிவற்ற கணங்கள் A, B, C களைக் கருதுக.

(அ) $\bar{A}$

(ஆ) $B \cup C$

(இ) $A \cap B$

(ஈ) $A \cap B \cap C$

(உ) $A \cup B \cup C$

(ஊ) $A \cap \bar{C}, \bar{B} \cap \bar{C}, \overline{A \cup C}$

ஆகியவற்றின் உறுப்பினர் தரச் செயல் கூறுகளுக்கான சூத்திரங்கள் மற்றும் வரைபடங்களை தீர்மானிக்கவும்.

Consider fuzzy sets A, B and C defined on the interval

$X = [0, 10]$ of real numbers by $A(x) = \frac{x}{x+2}$, $B(x) = 2^{-x}$

and $C(x) = \frac{1}{1+10(x-2)^2}$. Determine formulae and

graphs of the membership grade functions of

(a) $\bar{A}$

(b) $B \cup C$

(c) $A \cap B$

(d) $A \cap B \cap C$

(e) $A \cup B \cup C$

(f) $A \cap \bar{C}, \bar{B} \cap \bar{C}, \overline{A \cup C}$

17. முதல் சிதைவுக் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபித்து அதை உதாரணத்துடன் விளக்கவும்.

State and prove first decomposition theorem. Illustrate with an example.

18. கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒரு t -நெறிமம் i மற்றும் ஈடுபாடு தெளிவற்ற நிரப்பிக்கு $u(a, b) = c(ic(a), c(b)), \forall a, b \in [0, 1]$ எனுமாறு $[0, 1]$ ன் மீது வரையறுக்கப்பட்டுள்ள ஈருறுப்புக் செயலியானது $\langle i, u, c \rangle$ ஒரு இரும மும்மையாக இருக்கும் படியான ஒரு t -நெறிமம் என நிறுவுக.

Given a t-norm i and an involutive fuzzy complement c . Prove that the binary operation u on $[0, 1]$ defined by

$u(a, b) = c(ic(a), c(b))$ for all $a, b \in [0, 1]$ is a t-conorm such that $\langle i, u, c \rangle$ is a dual triple.

19. $A \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$ என்க. A ஒரு தெளிவற்ற எண் எனில், எனில் மட்டும்

$$\mathcal{F} \phi \neq [a, b] \ni A(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \in [a, b] \\ l(x), & \text{if } x \in (-\infty, a) \\ r(x), & \text{for } x \in (b, \infty). \end{cases}$$

என நிறுவுக. இங்கு l என்பது $(-\infty, a)$ லிருந்து $[0, 1]$ க்கு வரையறுக்கப்பட்ட ஒரீயல்பாக ஏறும் மற்றும் வலது பக்கத்திலிருந்து தொடர்ச்சியானதுமான சார்பாகும் மற்றும் $l(x) = 0 \forall x \in (-\infty, w_1)$; r என்பது (b, ∞) லிருந்து $[0, 1]$ க்கு வரையறுக்கப்பட்ட ஒரீயல்பாகக் குறையும் மற்றும் இடது பக்கத்திலிருந்து தொடர்ச்சியானதுமான சார்பாகும் மற்றும் $r(x) = 0$ மற்றும் $x \in (w_2, \infty)$.

Let $A \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$. Then, A is a fuzzy number iff

$$\mathcal{F} \phi \neq [a, b] \ni A(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \in [a, b] \\ l(x), & \text{if } x \in (-\infty, a) \\ r(x), & \text{for } x \in (b, \infty). \end{cases}$$

where l is a function from $(-\infty, a)$ to $[0, 1]$ that is monotonic increasing, continuous from the right and such that $l(x) = 0 \forall x \in (-\infty, w_1)$; r is a function from (b, ∞) to $[0, 1]$ that is monotonic decreasing, continuous from the left, and such that $r(x) = 0$ for $x \in (w_2, \infty)$.

20. எட்டு முடிவெடுப்பவர்களை கொண்ட ஒரு குழுவிலிருந்து, ஒவ்வொரு தனிநபரும் ஒரு மாற்றுக் கணம் $X = \{w, x, y, z\}$ ன் மீது பின்வருமாறு ஒரு மொத்த விருப்ப வரிசை P_i ($i \in \mathbb{N}_8$) யை கொண்டிருப்பதாக கொள்க.

$$P_1 = \langle w, x, y, z \rangle$$

$$P_2 = P_5 = \langle z, y, x, w \rangle$$

$$P_3 = P_7 = \langle x, w, y, z \rangle$$

$$P_4 = P_8 = \langle w, z, x, y \rangle$$

$$P_6 = \langle z, w, x, y \rangle$$

அக்குழுவின் அதிகபட்ச ஒப்பந்த நிலையை பெறுக.

Assume that each individual of a group of eight decision makers has a total preference ordering P_i ($i \in \mathbb{N}_8$) on a set of alternatives $X = \{w, x, y, z\}$ as follows :

$$P_1 = \langle w, x, y, z \rangle$$

$$P_2 = P_5 = \langle z, y, x, w \rangle$$

$$P_3 = P_7 = \langle x, w, y, z \rangle$$

$$P_4 = P_8 = \langle w, z, x, y \rangle$$

$$P_6 = \langle z, w, x, y \rangle$$

Obtain the maximized agreement level of the group.

21. $A, A_i \in \mathcal{F}(X)$, $i \in I$ (குறியீட்டுக் கணம்) என்க.

$$(அ) \bigcup_{i \in I}^{\alpha+} A_i =^{\alpha+} \left(\bigcup_{i \in I} A_i \right) \text{ மற்றும் } \bigcap_{i \in I}^{\alpha+} A_i \subseteq^{\alpha+} \left(\bigcap_{i \in I} A_i \right),$$

$$(ஆ) \alpha_A = \bigcap_{\beta < \alpha}^{\beta} A = \bigcap_{\beta < \alpha}^{\beta+} A \text{ எனக்காட்டுக.}$$

Let $A, A_i \in \mathcal{F}(X)$, $i \in I$ (Index set). Show that

$$(a) \bigcup_{i \in I}^{\alpha+} A_i =^{\alpha+} \left(\bigcup_{i \in I} A_i \right) \text{ and } \bigcap_{i \in I}^{\alpha+} A_i \subseteq^{\alpha+} \left(\bigcap_{i \in I} A_i \right)$$

$$(b) \alpha_A = \bigcap_{\beta < \alpha}^{\beta} A = \bigcap_{\beta < \alpha}^{\beta+} A.$$

22. (அ) $C : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ஆனது ஒரியல்பாக குறையக் கூடியதும், ஈடுபாடுள்ளதுமான ஒரு சார்பு என்க. $\subset$ வானது வரம்புக் கட்டுப்பாடுகளை நிறைவு செய்யக்கூடியதும் தொடர்ச்சியானதுமான ஒரு இருநிலைச் சார்பு என நிறுவுக.

(ஆ) ஒவ்வொரு தெளிவற்ற மிகை நிரப்பியும் அதிகபட்சம் ஒரு சமநிலையை கொண்டிருக்கும் என நிறுவுக.

(a) Let a function $C : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ be monotonic decreasing and involutive. Prove that $\subset$ satisfies boundary conditions, it is continuous, and is bijective.

(b) Prove that every fuzzy complement has atmost one equilibrium.

23. பின்வருவனவற்றில் எவை தெளிவற்ற எண்கள் என தீர்மானிக்கவும்.

$$(அ) A(x) = \begin{cases} \sin x, & \text{for } 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$(ஆ) B(x) = \begin{cases} x, & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$(\textcircled{2}) \quad C(x) = \begin{cases} 1, & \text{for } 0 \leq x \leq 10 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$(\text{FF}) \quad D(x) = \begin{cases} \min(1, x), & \text{for } x \geq 0 \\ 0, & \text{for } x < 0 \end{cases}$$

$$(\textcircled{2}) \quad E(x) = \begin{cases} 1, & \text{for } x = 5 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Determine which of the following are fuzzy numbers :

$$(a) \quad A(x) = \begin{cases} \sin x, & \text{for } 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$(b) \quad B(x) = \begin{cases} x, & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$(c) \quad C(x) = \begin{cases} 1, & \text{for } 0 \leq x \leq 10 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$(d) \quad D(x) = \begin{cases} \min(1, x), & \text{for } x \geq 0 \\ 0, & \text{for } x < 0 \end{cases}$$

$$(e) \quad E(x) = \begin{cases} 1, & \text{for } x = 5 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$
